T.D. 2 – Corrigé
Les compteurs

Exercice 1

1. À partir du montage de la figure 1, remplissez le chronogramme ci-dessous.

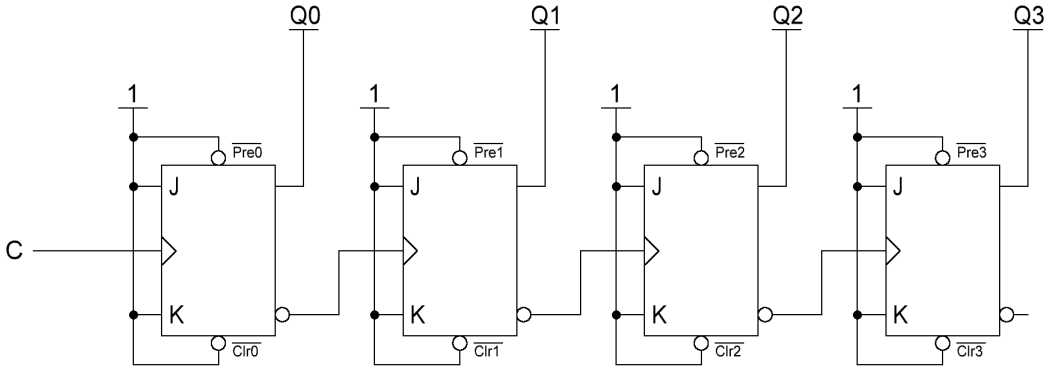
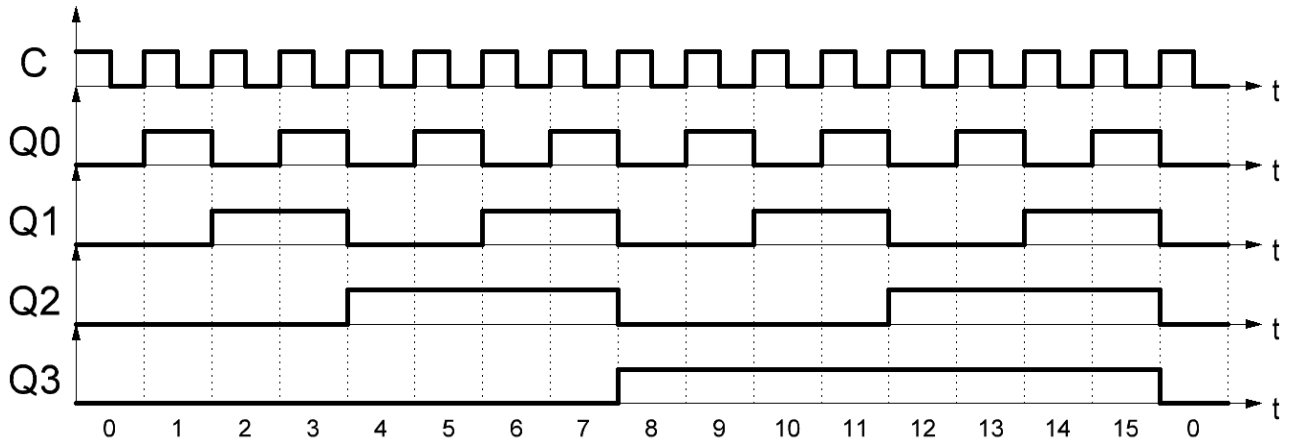


Figure 1



Les bascules JK sont synchronisées sur **front montant** et câblées en **basculement permanent** (*J* et *K* sont toujours à 1) :

- La sortie *Q0* bascule sur chaque front montant de *C* ;
- La sortie *Q1* bascule sur chaque front montant de $\overline{Q0}$ (donc chaque **front descendant** de *Q0*) ;
- La sortie *Q2* bascule sur chaque front montant de $\overline{Q1}$ (donc chaque **front descendant** de *Q1*) ;
- La sortie *Q3* bascule sur chaque front montant de $\overline{Q2}$ (donc chaque **front descendant** de *Q2*).

2. Que réalise le montage de la figure 1 ?

   À chaque front d'horloge, la valeur présente sur les sorties est incrémentée de un. Ce montage est un **compteur asynchrone modulo 16**. Il compte de 0 à 15.

3. On modifie légèrement le montage de la figure 1 afin d'obtenir le montage de la figure 2. En expliquant votre raisonnement, que réalise le montage de la figure 2 ?

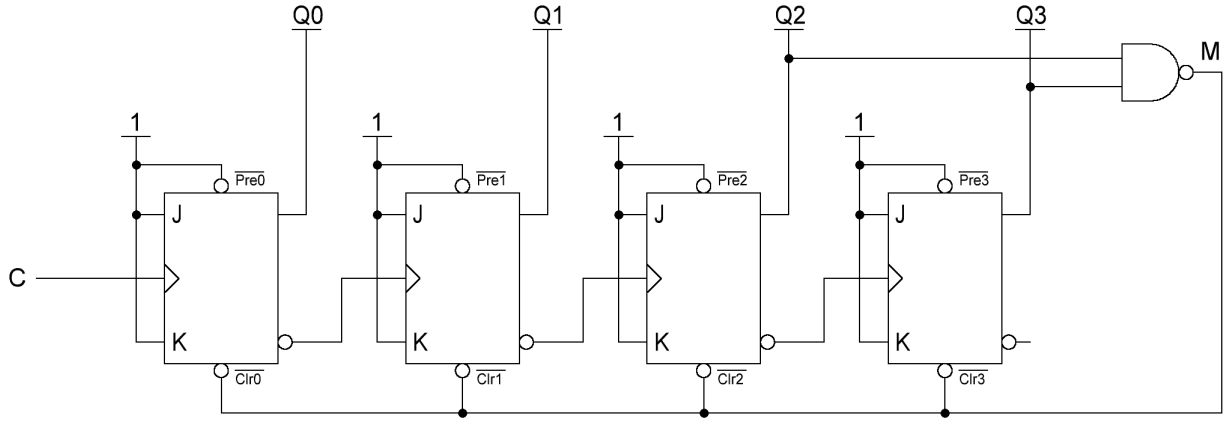


Figure 2

La porte NON-ET sert à détecter la valeur 12 et à la remplacer par la valeur 0.

Soit *M*, la sortie de la porte NON-ET. Pour rappel, la sortie d'une porte NON-ET est à 0 uniquement lorsque ses deux entrées sont à 1. *M* passera donc à 0 lorsque *Q2* et *Q3* seront à 1 en même temps. Le passage de *M* à 0 aura pour effet de provoquer un *reset* sur le compteur et donc de le faire repartir à 0.

Les sorties *Q2* et *Q3* passent à 1 pour la première fois sur la valeur 12. Le *reset* s'effectue donc au moment où le compteur atteint la valeur 12. Cette valeur ne reste pas et est immédiatement remplacée par la valeur 0. *M* repasse alors à 1 et le compteur se remet à compter.

Q	Q3	Q2	Q1	Q0	M	
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	
2	0	0	1	0	1	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
10	1	0	1	0	1	
11	1	0	1	1	1	
~~**12**~~	**1**	**1**	0	0	**0**	← *Q2* et *Q3* sont à 1 : activation du *reset*.
0	0	0	0	0	1	← La valeur 12 est immédiatement remplacée par la valeur 0.
1	0	0	0	1	1	

Le temps d'apparition de la valeur 12 se détermine en fonction du temps de réaction de la porte NON-ET et des bascules JK. En pratique, ce temps est très faible (de l'ordre de la nanoseconde).

La valeur 12 est détectée et remplacée par la valeur 0. Ce montage est un **compteur asynchrone modulo 12**. Il compte de 0 à 11.

4. À partir du montage de la figure 3, remplissez le chronogramme ci-dessous.

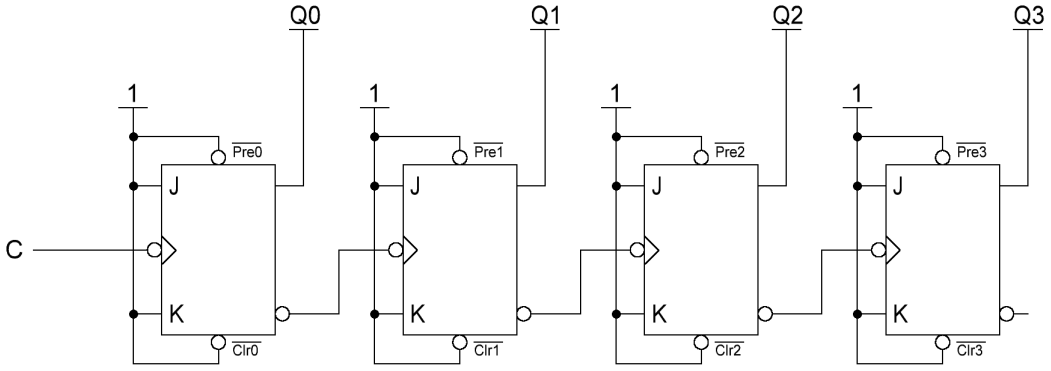
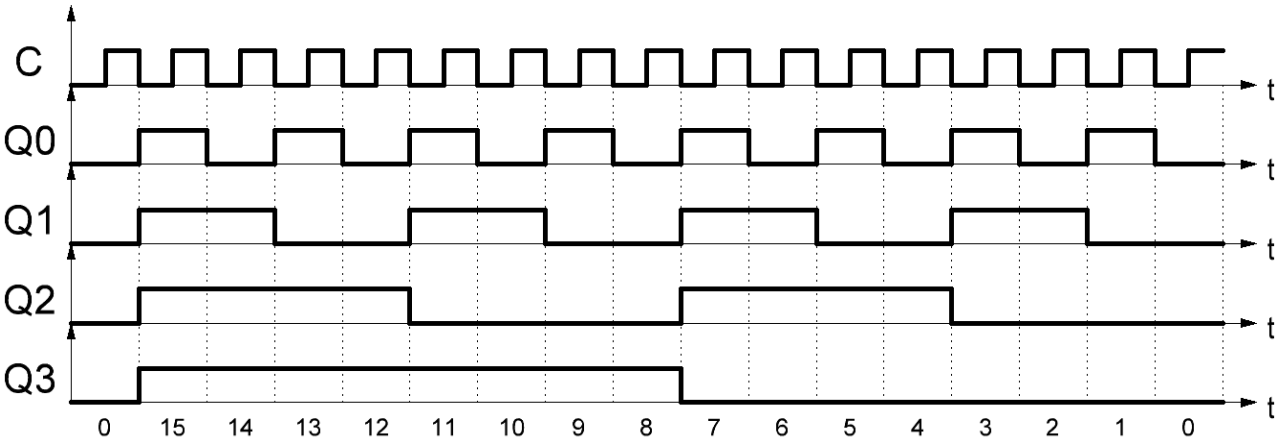


Figure 3



Les bascules JK sont synchronisées sur **front descendant** et câblées en **basculement permanent** (*J* et *K* sont toujours à 1) :

- La sortie *Q0* bascule sur chaque front descendant de *C* ;
- La sortie *Q1* bascule sur chaque front descendant de $\overline{Q0}$ (donc chaque **front montant** de *Q0*) ;
- La sortie *Q2* bascule sur chaque front descendant de $\overline{Q1}$ (donc chaque **front montant** de *Q1*) ;
- La sortie *Q3* bascule sur chaque front descendant de $\overline{Q2}$ (donc chaque **front montant** de *Q2*).

5. Que réalise le montage de la figure 3 ?

À chaque front d'horloge, la valeur présente sur les sorties est décrémentée de un. Ce montage est un **décompteur asynchrone modulo 16**. Il décompte de 15 à 0.

6. On modifie légèrement le montage de la figure 3 afin d'obtenir le montage de la figure 4. En expliquant votre raisonnement, que réalise le montage de la figure 4 ?

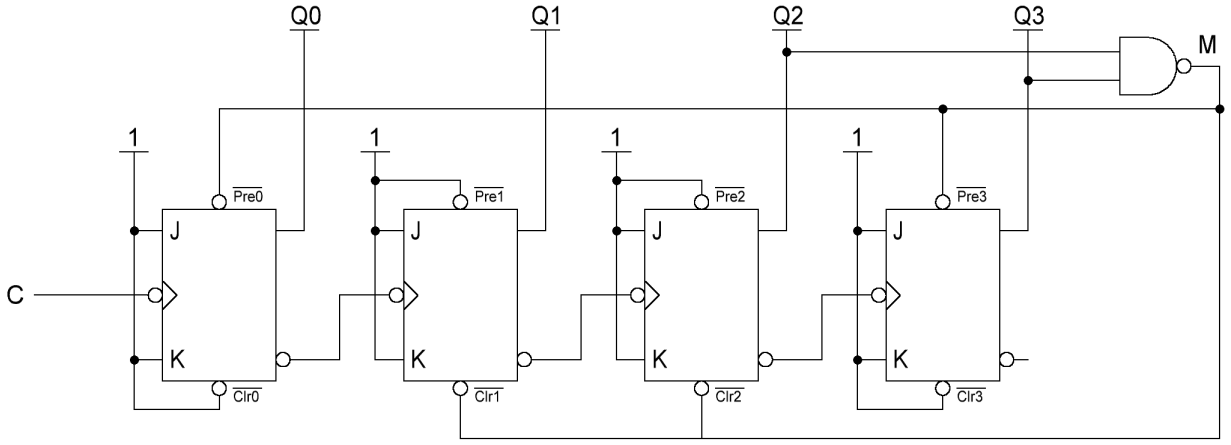


Figure 4

La porte NON-ET sert à détecter la valeur 15 et à la remplacer par la valeur 9.

Soit *M*, la sortie de la porte NON-ET. Pour rappel, la sortie d'une porte NON-ET est à 0 uniquement lorsque ses deux entrées sont à 1. *M* passera donc à 0 lorsque *Q2* et *Q3* seront à 1 en même temps. Le passage de *M* à 0 aura pour effet de provoquer un *reset* sur *Q1* et *Q2* et un *set* sur *Q0* et *Q3*. La nouvelle valeur présente sur la sortie du décompteur sera donc la valeur 9 ($9_{10} = 1001_2$).

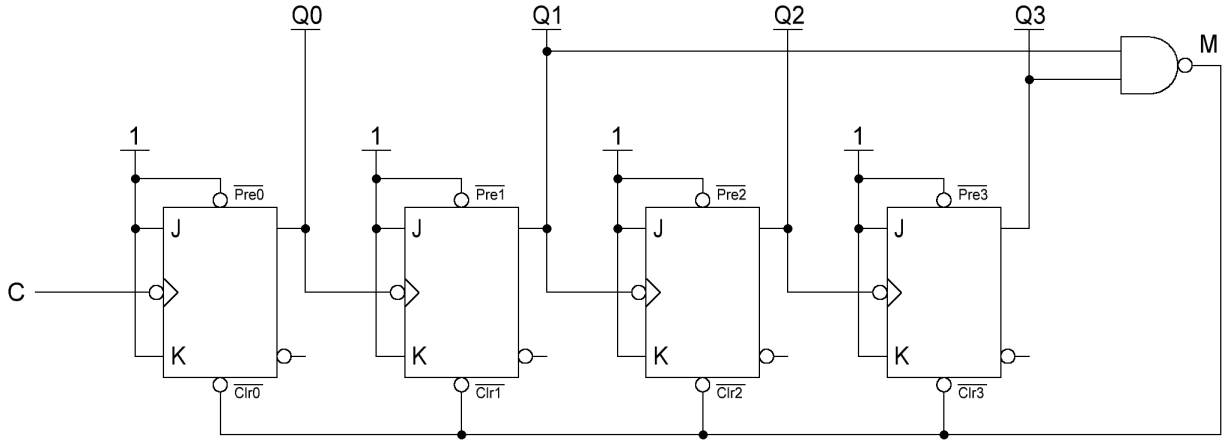
Les sorties *Q2* et *Q3* passent à 1 pour la première fois sur la valeur 15. Le forçage de la valeur 9 s'effectue donc au moment où le décompteur atteint la valeur 15. Cette dernière ne reste pas et est immédiatement remplacée par la valeur 9. *M* repasse alors à 1 et le décompteur se remet à décompter.

Q	Q3	Q2	Q1	Q0	M	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
3	0	0	1	1	1	
2	0	0	1	0	1	
1	0	0	0	1	1	
0	0	0	0	0	1	
~~**15**~~	**1**	**1**	1	1	**0**	← *Q2* et *Q3* sont à 1 : déclenche le forçage de la valeur 9.
9	1	0	0	1	1	← La valeur 15 est immédiatement remplacée par la valeur 9.
8	1	0	0	0	1	
7	0	1	1	1	1	

Le temps d'apparition de la valeur 15 se détermine en fonction du temps de réaction de la porte NON-ET et des bascules JK. En pratique, ce temps est très faible (de l'ordre de la nanoseconde).

La valeur 15 est détectée et remplacée par la valeur 9. Ce montage est un **décompteur asynchrone modulo 10**. Il décompte de 9 à 0.

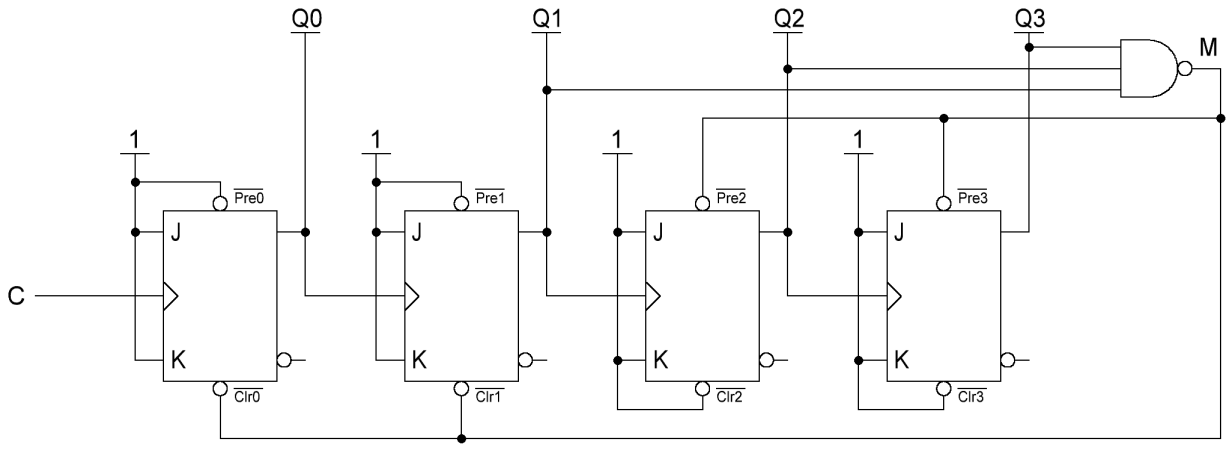
7. Câblez les bascules ci-dessous afin d'obtenir un compteur asynchrone modulo 10.



Un compteur modulo 10 compte de 0 à 9.

- Pour mettre en place le compteur, les bascules sont câblées en basculement permanent (*J* et *K* toujours à 1) et les sorties non complémentées sont reliées aux entrées d'horloge des bascules suivantes. Ceci permet d'effectuer le basculement d'une sortie sur le front descendant de la sortie précédente.
- Pour mettre en place le modulo 10, il faut **détecter la valeur 10 et la remplacer par la valeur 0**.
- La détection de la valeur 10 peut se faire à l'aide du passage à 1 des sorties *Q1* et *Q3* (entre 0 et 9, ces deux sorties ne sont jamais à 1 en même temps). La sortie *M* de la porte NON-ET passera donc à 0 lorsque le compteur atteindra la valeur 10.
- Le remplacement de la valeur 10 par la valeur 0 se fera en effectuant un *reset* sur toutes les bascules au moment ou *M* passera à 0, c'est-à-dire au moment où le compteur atteindra la valeur 10.

8. Câblez les bascules ci-dessous afin d'obtenir un décompteur asynchrone modulo 13.



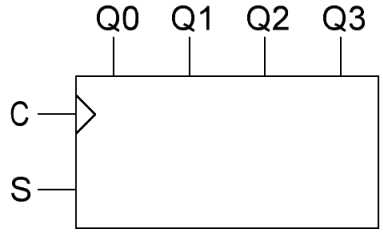
Un décompteur modulo 13 décompte de 12 à 0.

- Pour mettre en place le décompteur, les bascules sont câblées en basculement permanent (*J* et *K* toujours à 1) et les sorties non complémentées sont reliées aux entrées d'horloge des bascules suivantes. Ceci permet d'effectuer le basculement d'une sortie sur le front montant de la sortie précédente.
- Pour mettre en place le modulo 13, il faut **détecter la valeur 15 et la remplacer par la valeur 12**.
- La détection de la valeur 15 peut se faire à l'aide du passage à 1 des sorties *Q1*, *Q2* et *Q3* (entre 0 et 12, ces trois sorties ne sont jamais à 1 en même temps). La sortie *M* de la porte NON-ET passera donc à 0 lorsque le décompteur atteindra la valeur 15.
- Le remplacement de la valeur 15 par la valeur 12 ($12_{10} = 1100_2$) se fera en effectuant un *reset* sur *Q0* et *Q1* et un *set* sur *Q2* et *Q3* au moment ou *M* passera à 0, c'est-à-dire au moment où le décompteur atteindra la valeur 15.

Exercice 2

On souhaite réaliser, en un seul circuit, un compteur/décompteur modulo 16. Ce montage devra posséder deux modes de fonctionnement : un mode compteur et un mode décompteur. La sélection du mode s'effectuera à l'aide d'une entrée *S* qui respectera les conditions suivantes :

- S = 0 → mode compteur ;
- S = 1 → mode décompteur.



Donnez le schéma de câblage du compteur/décompteur modulo 16. Utilisez uniquement des bascules JK synchronisées sur front montant et des portes logiques.

La différence de câblage entre un compteur asynchrone et un décompteur asynchrone est la connexion entre la sortie d'une bascule et l'entrée d'horloge de la bascule suivante. Dans notre cas, puisque les bascules sont synchronisées sur front montant, on obtient un compteur en connectant les sorties complémentées ($\overline{Q}$) aux entrées d'horloge des bascules suivantes et un décompteur en connectant les sorties non complémentées (Q) à ces mêmes entrées d'horloge. Pour passer du mode compteur au mode décompteur, il suffit donc d'inverser la sortie de la bascule qui est connectée à l'entrée d'horloge de la bascule suivante. C'est la porte NON-OU EXCLUSIF qui servira à effectuer cette inversion en fonction de l'entrée *S*.

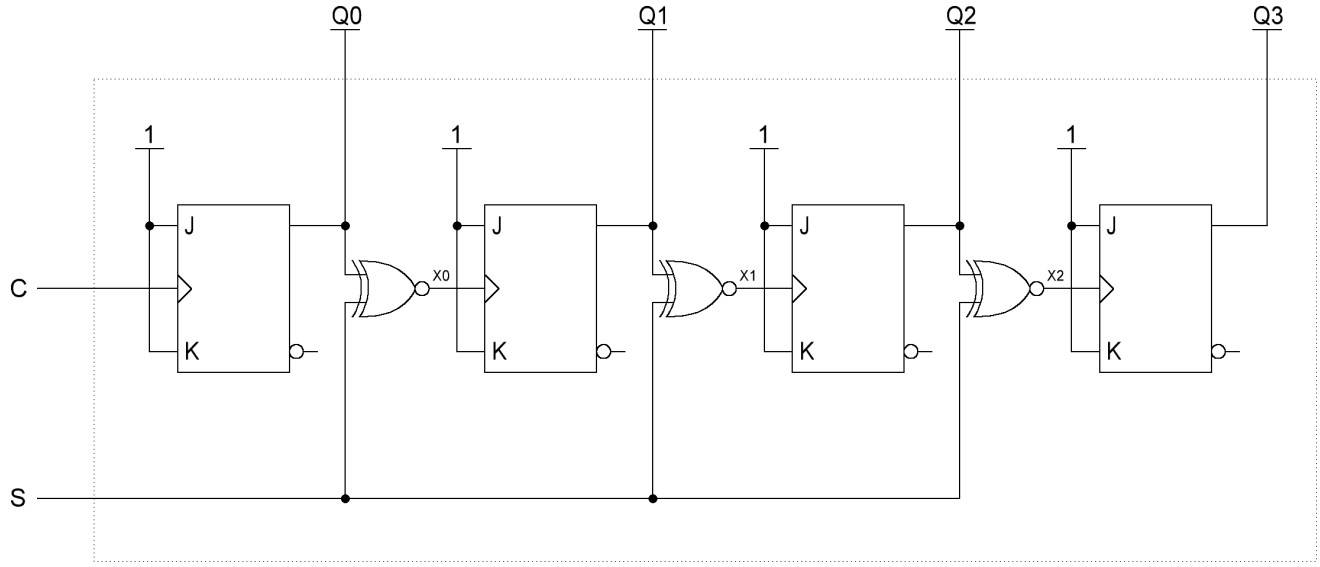
Pour rappel, la table de vérité d'une porte NON-OU EXCLUSIF est la suivante :

$\mathbf{X = \overline{S \oplus Q}}$

S	Q	X	
0	0	1	On remarque que si $S = 0$, alors $X = \overline{Q}$
0	1	0	
1	0	0	On remarque que si $S = 1$, alors $X = Q$
1	1	1	

- Lorsque l'entrée S vaut 0, les sorties $\overline{Q}$ sont reliées aux entrées d'horloge des bascules suivantes : le circuit fonctionne en mode compteur.

- Lorsque l'entrée S vaut 1, les sorties Q sont reliées aux entrées d'horloge des bascules suivantes : le circuit fonctionne en mode décompteur.



Exercice 3

Dans un premier temps, on désire réaliser un compteur synchrone modulo 7 à l'aide de bascules JK synchronisées sur front montant.

1. À l'aide de la table de transitions d'une bascule JK, remplissez le tableau ci-dessous.

	Q2	Q1	Q0	J2	K2	J1	K1	J0	K0
0	0	0	0	0	Φ	0	Φ	1	Φ
1	0	0	1	0	Φ	1	Φ	Φ	1
2	0	1	0	0	Φ	Φ	0	1	Φ
3	0	1	1	1	Φ	Φ	1	Φ	1
4	1	0	0	Φ	0	0	Φ	1	Φ
5	1	0	1	Φ	0	1	Φ	Φ	1
6	1	1	0	Φ	1	Φ	1	0	Φ

D'après la table des transitions d'une bascule JK, on a **J0 = 1** et **K0 = Φ** lors d'une transition de 0 à 1 sur Q0.

2. Donnez les expressions les plus simplifiées des entrées *J0*, *K0*, *J1*, *K1*, *J2* et *K2*.

   À partir du tableau précédent, on obtient les expressions suivantes :

   - De façon évidente :
     - **K0 = 1**
     - **J1 = Q0**
     - **K2 = Q1**

   - À l'aide des tableaux de Karnaugh :

Q1 Q0

Q2 \ **J0**	**00**	**01**	**11**	**10**
0	1	Φ	Φ	1
1	1	Φ	Φ	0

J0 = $\overline{Q1}$ + $\overline{Q2}$

Q1 Q0

Q2 \ **K1**	**00**	**01**	**11**	**10**
0	Φ	Φ	1	0
1	Φ	Φ	Φ	1

K1 = Q0 + Q2

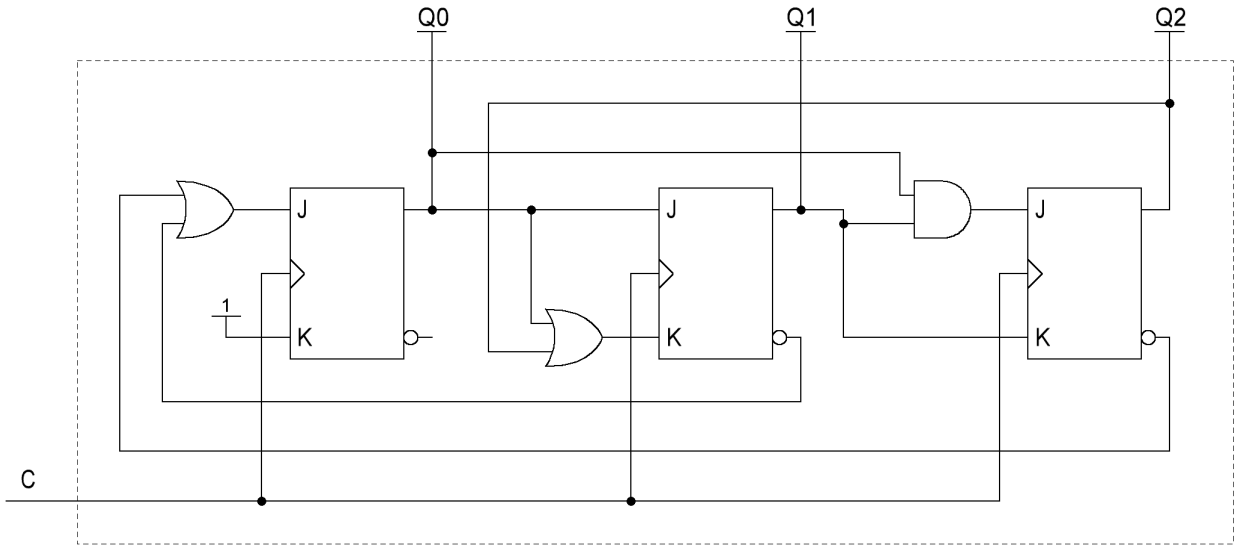
Q1 Q0

Q2 \ **J2**	**00**	**01**	**11**	**10**
0	0	0	1	0
1	Φ	Φ	Φ	Φ

J2 = Q0.Q1

3. Dessinez le schéma de câblage.

   Pas de difficulté particulière, il suffit de se servir des expressions établies précédemment afin d'effectuer les différentes connexions.



On désire maintenant réaliser un compteur synchrone, modulo 8 en code Gray, à l'aide de bascules D synchronisées sur front descendant.

4. Remplissez le tableau ci-dessous.

Q2	Q1	Q0	D2	D1	D0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0

5. Donnez les expressions les plus simplifiées des entrées *D0*, *D1* et *D2*.

Q2 \ Q1 Q0	**00**	**01**	**11**	**10**
D0				
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1

D0 = $\overline{Q2}.\overline{Q1}$ + Q2.Q1

D0 = $\overline{Q2 \oplus Q1}$

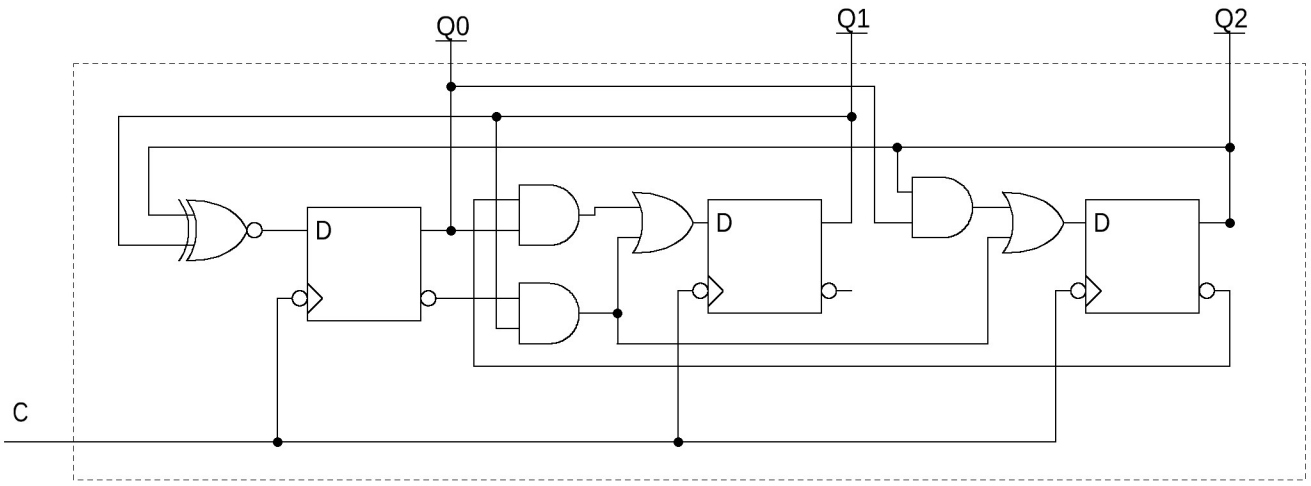
Q2 \ Q1 Q0	**00**	**01**	**11**	**10**
D1				
0	0	1	1	1
1	0	0	0	1

D1 = $\overline{Q2}$.Q0 + Q1.$\overline{Q0}$

Q2 \ *Q1 Q0*	**00**	**01**	**11**	**10**
D2				
0	0	0	0	1
1	0	1	1	1

D2 = Q2.Q0 + Q1.$\overline{Q0}$

6. Dessinez le schéma de câblage.



Pour terminer, on désire maintenant réaliser le même compteur synchrone (modulo 8 en code Gray) à l'aide de bascules JK synchronisées sur front descendant.

7. Remplissez le tableau ci-dessous.

Q2	Q1	Q0	J2	K2	J1	K1	J0	K0
0	0	0	0	Φ	0	Φ	1	Φ
0	0	1	0	Φ	1	Φ	Φ	0
0	1	1	0	Φ	Φ	0	Φ	1
0	1	0	1	Φ	Φ	0	0	Φ
1	1	0	Φ	0	Φ	0	1	Φ
1	1	1	Φ	0	Φ	1	Φ	0
1	0	1	Φ	0	0	Φ	Φ	1
1	0	0	Φ	1	0	Φ	0	Φ

8. Donnez les expressions les plus simplifiées des entrées *J0*, *K0*, *J1*, *K1*, *J2* et *K2*.

J0	Q1 Q0 = 00	01	11	10
Q2 = 0	1	Φ	Φ	0
Q2 = 1	0	Φ	Φ	1

J0 = $\overline{\mathbf{Q1}}.\overline{\mathbf{Q2}}$ + Q1.Q2 = $\overline{Q1 \oplus Q2}$

K0	Q1 Q0 = 00	01	11	10
Q2 = 0	Φ	0	1	Φ
Q2 = 1	Φ	1	0	Φ

K0 = $\overline{\mathbf{Q1}}$.Q2 + Q1.$\overline{\mathbf{Q2}}$ = Q1 ⊕ Q2

J1	Q1 Q0 = 00	01	11	10
Q2 = 0	0	1	Φ	Φ
Q2 = 1	0	0	Φ	Φ

J1 = Q0.$\overline{\mathbf{Q2}}$

K1	Q1 Q0 = 00	01	11	10
Q2 = 0	Φ	Φ	0	0
Q2 = 1	Φ	Φ	1	0

K1 = Q0.Q2

J2	Q1 Q0 = 00	01	11	10
Q2 = 0	0	0	0	1
Q2 = 1	Φ	Φ	Φ	Φ

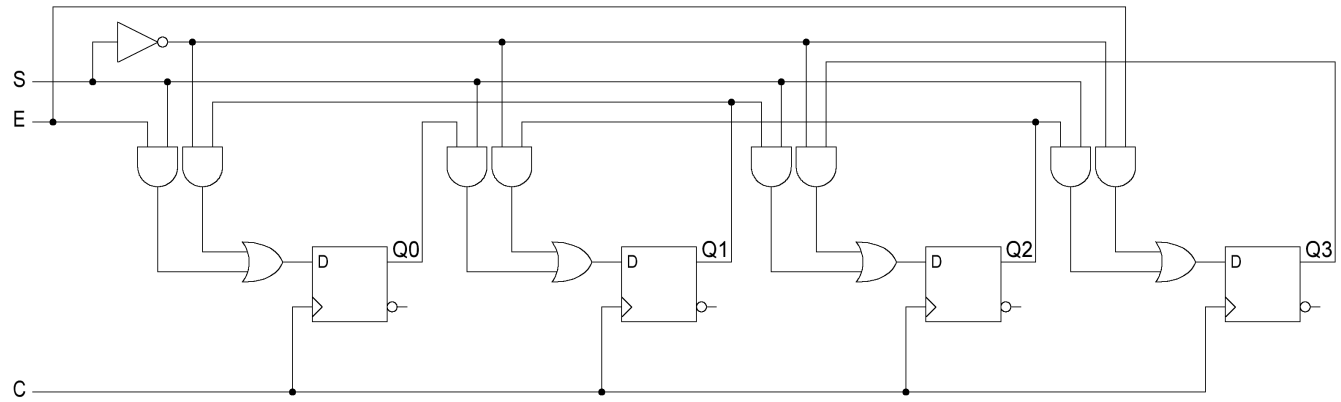
J2 = $\overline{\mathbf{Q0}}$.Q1

K2	Q1 Q0 = 00	01	11	10
Q2 = 0	Φ	Φ	Φ	Φ
Q2 = 1	1	0	0	0

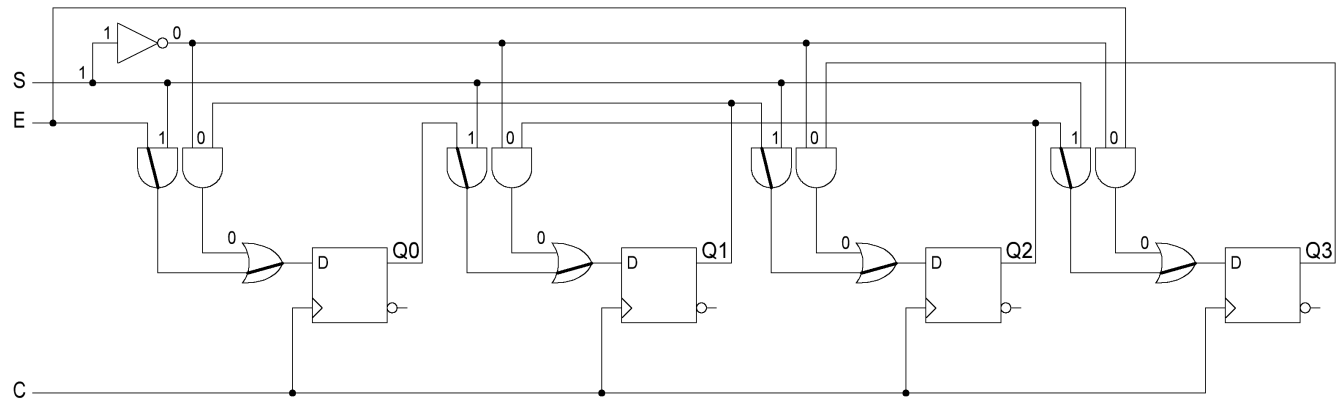
K2 = $\overline{\mathbf{Q0}}.\overline{\mathbf{Q1}}$

Exercice 4

Complétez le chronogramme du circuit ci-dessous (*E = 0*).

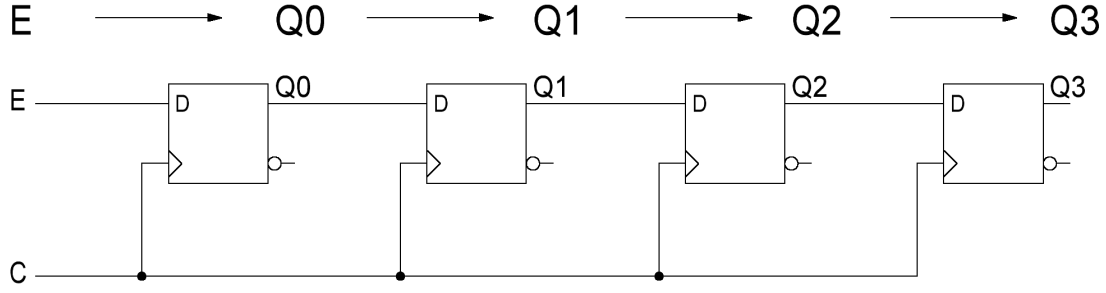


Voyons le comportement qu'adopte le montage dans le cas de figure ou $S = 1$ et essayons de trouver un montage équivalent simplifié.



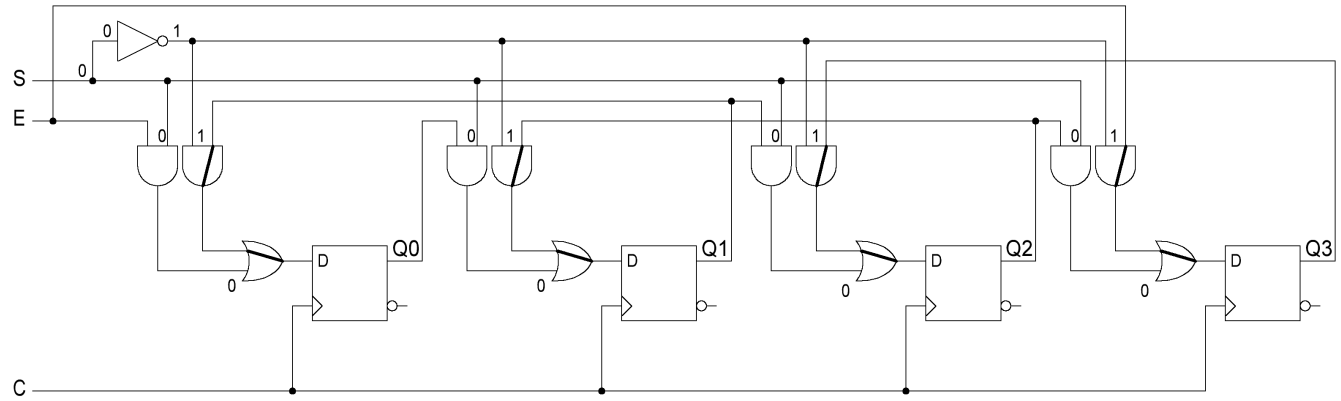
On constate que le 1 de l'entrée *S* se propage sur un certain nombre de portes ET. Ces dernières peuvent dès lors être remplacées par un fil. L'inverseur, en haut du montage, propage un 0 sur les autres portes ET. Ce 0 est alors recopié sur les entrées des portes OU. Or, un 0 sur l'entrée d'une porte OU, nous permet de la remplacer par un fil.

Après simplification, nous obtenons le schéma équivalent suivant :

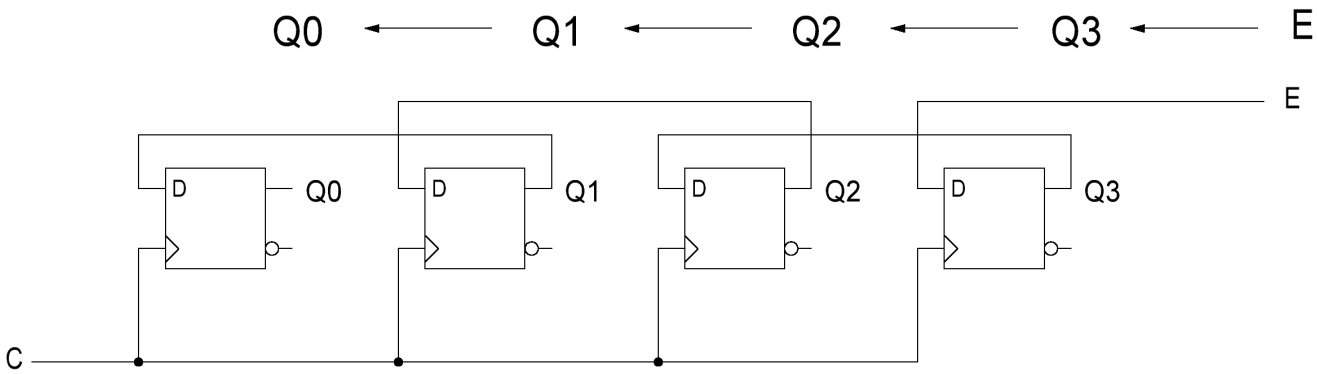


À chaque front montant de l'horloge d'une bascule D, sa sortie *Q* recopie son entrée *D*. Chaque sortie est donc recopiée sur la suivante : **il s'agit d'un registre à décalage sur 4 bits**. *Q0* étant le poids faible, **le décalage s'effectue vers la gauche**. Le nouveau bit entrant dans *Q0* est *E*.

En suivant le même raisonnement que précédemment, voyons le comportement qu'adopte le montage dans le cas de figure ou *S* = 0 et essayons de trouver un montage équivalent simplifié.



Après simplification :



On trouve de nouveau un **registre à décalage sur 4 bits**, mais **qui décale cette fois vers la droite**. Le nouveau bit entrant dans *Q3* est *E*.

Ce montage est un **registre à décalage sur 4 bits**. Il possède une entrée de commande *S*, permettant la sélection du sens de décalage, et une entrée *E*, permettant de choisir la valeur du bit entrant.

Il est facile de remplir le chronogramme sachant qu'il s'agit uniquement de décaler des bits, dans un sens ou dans l'autre.

